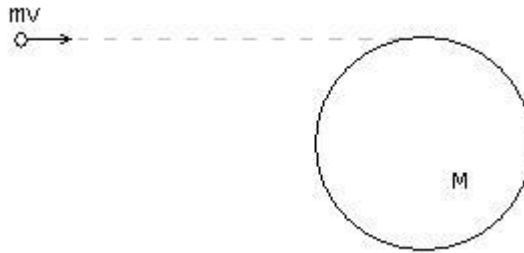


Первое.

Есть маховик массой M . Он покоится в абсолютной пустоте. Внешних сил нет. В него попадает пуля массой m которая двигалась до удара со скоростью v . Удар не центральный. (см рис 1) В результате удара пули маховик начинает вращаться с некоторой угловой скоростью ω . Необходимо найти линейную скорость движения маховика с пулей. (Изменившийся импульс)



Решение

Поскольку после удара маховик вращается, то разные точки маховика движутся с разными линейными скоростями. Надо найти линейную скорость движения центра маховика, которую обозначим U .

После того, как пуля поглощена верхней точкой маховика, центр массы системы движется со скоростью V_c . Для нахождения этой скорости воспользуемся законом сохранения импульса. Он применим, так как система «пуля – маховик» не испытывает действия внешних сил. Тогда

$$m \cdot v = (m + M) \cdot V_c$$

откуда $V_c = m/(m + M) \cdot v$.

$$V_c = \frac{m \cdot v}{(m + M)}$$

Геометрический центр маховика находится на вертикальном диаметре на расстоянии:

$$x = \frac{m \cdot R}{(m + M)}$$

ниже центра массы системы, где R – радиус маховика.

Далее воспользуемся законом сохранения момента импульса, причём момент импульса будем рассчитывать относительно оси, проходящей через геометрический центр маховика нормально к его плоскости:

$$m \cdot v \cdot R = I \cdot \omega$$

где I – момент инерции системы маховик – застрявшая пуля относительно указанной оси.

Будем считать маховик однородным диском, пулю – материальной точкой.

Тогда

$$I = \frac{M \cdot R^2}{2} + m \cdot R^2$$

Получим:

$$m \cdot v \cdot R = \frac{M \cdot R^2 \cdot \omega}{2} + m \cdot R^2 \cdot \omega$$

Откуда

$$R = \frac{2 \cdot m \cdot v}{(M + m) \cdot \omega}$$

Соответственно,

$$x = \frac{m \cdot R}{m + M} = \frac{2 \cdot v \cdot \left(\frac{m}{m + M}\right)^2}{\omega}$$

Пусть ось вращения лежит ниже центра маховика на расстоянии L .

Тогда

$$U = \omega \cdot L \text{ и } V_c = \omega \cdot (L + x)$$

Отсюда $U = V_c - \omega \cdot x$.

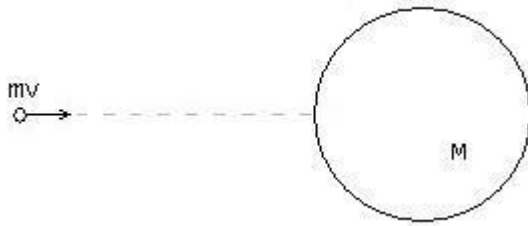
$$U = V_c - 2 \cdot v \cdot \left(\frac{m}{m + M}\right)^2$$

Подставим x и получим:

$$U = v \cdot \left(\frac{m}{m + M}\right) - 2 \cdot v \cdot \left(\frac{m}{m + M}\right)^2 = \frac{m \cdot v}{m + M} \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot m}{m + M}\right)$$

Второе.

Есть маховик массой M . Он покоится в абсолютной пустоте. Внешних сил нет. В него попадает пуля массой m которая двигалась до удара со скоростью v . Удар центральный. (см рис 2) В результате удара пули маховик не начинает вращение. Необходимо найти линейную скорость движения маховика с пулей. (Изменившийся импульс)



Пуля в обоих случаях остается внутри тела маховика. (Удар не упругий)

Решение

Поскольку удар неупругий, то механическая энергия системы «пуля – маховик» не сохраняется. Поскольку внешних сил, по условию, нет, то система является замкнутой и полный импульс системы сохраняется.

До столкновения маховик покоился и его импульс равен нулю. Импульс пули по модулю равен $m \cdot v$. Сохраняется и момент импульса системы L . Но момент импульса пули относительно оси, проходящей через центр маховика, равен нулю. Момент импульса маховика также равен нулю (до столкновения он покоился, после столкновения не вращается по условию). Следовательно, и до столкновения и после него момент импульса системы L равен нулю.

На основе закона сохранения импульса в проекции на направление движения пули запишем:

$$m \cdot v = (m + M) \cdot U$$

где U – скорость поступательного движения маховика с застрявшей в нём пулей. Отсюда:

$$U = \frac{m \cdot v}{m + M}$$

