

Лаборатория Исследования Не реактивного Движения.

ПРИНЦИПЫ НЕ РЕАКТИВНОГО ДВИЖЕНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИГАТЕЛЯ

Автор: Лебедев Сергей Вадимович.

<http://lind.by.ru>

телефон +7 926 704 94 42

Москва 2007.

СОДЕРЖАНИЕ:

1. Введение. Доказательство возможности не реактивного движения.
2. Формулировка задачи.
3. Расчет параметров электромагнита.
 - 3.а. Расчет тока, текущего по обмоткам электромагнита (соленоида)
 - 3.б. Нахождение величины индукции электромагнитного поля в зависимости от времени.
4. Рассмотрение механизма взаимодействия электромагнита (соленоида) и гироскопа.
5. Рассмотрение всей системы в целом.
 - 5.а. Нахождение и расчет сил, действующих на гироскоп.
 - 5.б. Рассмотрим поступательное движение вдоль оси \vec{OY}
 - 5.в. Нахождение и расчет сил, действующих на рамку-подвес гироскопа.
 - 5.г. Нахождение и расчет сил, приложенных к центральному ящику.
6. Заключение.

ВВЕДЕНИЕ. ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ВОЗМОЖНОСТИ НЕ РЕАКТИВНОГО ДВИЖЕНИЯ.

Основной недостаток ракетной техники это необходимость брать с собой топливо, которое расходуется на разгон полезной нагрузки. Задача стоит в разработке системы с неизменяемой массой, простой в конструкции и изготовлении.

Для доказательства возможности получения импульсов в «замкнутой» системе рассмотрим пример:

Имеется тележка с установленной на ней пушкой и маховиком. В момент времени t_1 из пушки вылетает ядро массой m_1 и скоростью V_1 . В результате этого телега, согласно закону сохранения механического импульса получает скорость V_2 .

В момент времени t_2 ядро врезается в маховик, что приводит к началу его вращательного движения. Импульс, сообщенный маховику не приводит к остановке телеги, так как кинетическая энергия ядра перешла в потенциальную энергию вращения маховика (рассматривается идеальный случай). Т.е после полного взаимодействия вся система имеет скорость отличную от первоначальной.

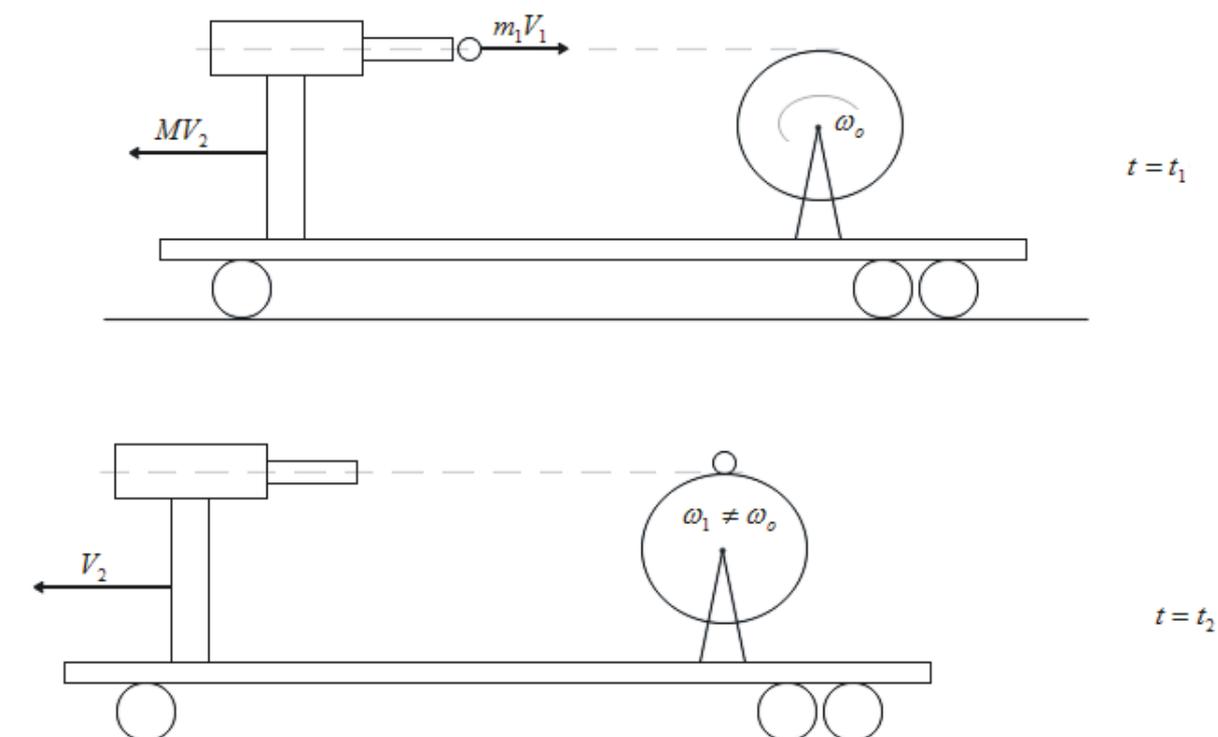


Рис. 1.

Другими словами:

$$E_{\text{общ}} = E_{\text{тележки}} + E_{\text{маховика}}$$

Где:

$$E_{\text{маховика}} = E_{\text{ядра}}$$

Примечание: Свойства свободного гироскопа.

1. Сохраняет неизменным положение оси вращения в пространстве.
2. Устойчив к ударным воздействиям.
3. Если внешняя сила стремится повернуть гироскоп вокруг одной оси, то он поворачивается вокруг другой, ей перпендикулярной..

Все эти свойства в полной мере проявляются для массивного диска, вращающегося с большой скоростью.

Другими словами. Кратковременное воздействие внешней силы стремится изменить момент инерции маховика.

А согласно закону сохранения момента импульса тела, он остается неизменным при любых взаимодействиях внутри системы, если суммарный момент внешних сил, действующих на систему равен нулю.

А одним из следствий данного закона является то, что если меняется момент инерции системы, то меняется ее угловая скорость, таким образом, чтобы суммарный момент импульса системы остался неизменным..

В общем:

Кратковременное, ударное воздействие приводит к изменению энергии маховика, однако не меняет его положение в пространстве.

2. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ.

Система состоит из четырех уравновешенных гироскопов 1, 2, 3, 4. (См. вставку 1) Рама подвеса маховика гироскопа изготовлена из не магнитного материала. Маховик массой m_m и радиусом r_m вращается с угловой скоростью ω_m , такой, что направление оси вращения OO' остается неизменным.

В данной системе используется свойство гироскопа сохранять направление оси вращения неизменным в результате кратковременных воздействий импульсов силы на раму подвеса. (См. видео ролик 1 на прилагаемом компакт диске.)

Для осуществления воздействия импульсов силы используется электромагнит и магнитная вставка в рамку подвес гироскопа.

(В качестве магнитной вставки можно использовать любой металл, обладающий магнитными свойствами и способный притягиваться к электромагниту в следствии воздействия электромагнитного поля последнего)

При подаче импульсов тока на обмотки электромагнита возникающее электромагнитное поле будет притягивать магнитную вставку. Такой вид воздействия эквивалентен удару молотком по рамке подвесу гироскопа, как в видео ролике. И легко реализуем технически.

Рассчитать:

1. Расчет параметров электромагнита.

1.а Ток, текущий по обмоткам электромагнита (соленоида)

1.б Найти вектор индукции электромагнитного поля электромагнита (соленоида) в зависимости от времени.

2. Рассмотреть механизм взаимодействия электромагнитов и гироскопов.

3. Рассмотреть всю систему в целом:

3.а. Нахождение и расчет сил, действующих на гироскоп.

3.б Рассмотреть поступательное движение вдоль оси \overrightarrow{OY}

3.в Нахождение и расчет сил, действующих на рамку-подвес гироскопа.

3.г Нахождение и расчет сил, приложенных к центральному ящику.

3 РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТА

3.а Расчет тока, текущего по обмоткам электромагнита (соленоида)

Рассмотрим электрическую схему электромагнита (соленоида). На обкладки электромагнита подаем синусоидальное ЭДС с частотой ω и амплитудой E_0 (рис. 2)

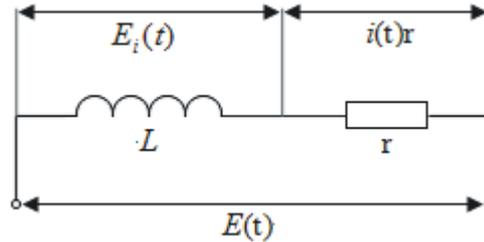


Рисунок 2.

$$E(t) = E_0 \sin \omega t \quad (1.1)$$

Согласно второму закону Кирхгофа:

$$E(t) + E_i(t) = i(t)r \quad (2.1)$$

По закону Фарадея о самоиндукции:

$$E_i(t) = -L \frac{di(t)}{dt} \quad (3.1)$$

Подставляя формулы 1.1 и 3.1 в 2.1 получим уравнение, решая которое мы находим зависимость $i(t)$ от E_0 и ω :

$$E_0 \sin \omega t - L \frac{di}{dt} = ir \quad (4.1)$$

$$Li' + ri = E_0 \sin \omega t \quad (4.1')$$

$$L \frac{di}{dt} + ir = E_0 \sin \omega t \quad \text{где} \quad \frac{di}{dt} = i'$$

Решение этой $i(t) = \bar{i}(t) + \tilde{i}(t)$ (5.1) системы уравнений состоит из двух слагаемых:

1. $\bar{i}(t)$ - решение однородного уравнения: $Li' + ri = 0$
2. $\tilde{i}(t)$ - возмущающий член.

Решаем однородное уравнение: $Li' + ri = 0$ Характеристический член: $P(v) = Lv + r$

$P(v) = 0$ из этого вытекает:

$$Lv + r = 0$$

$$v = -\frac{r}{L}$$

Член однородного уравнения $\bar{i}(t)$ имеет вид:

$$\bar{i}(t) = J_o e^{\frac{r}{L}t} \quad (6.1)$$

Возмущающий член мы ищем в виде:

$$\tilde{i}(t) = J_o' \cos(\omega t) + J_o'' \sin(\omega t) \quad (7.1)$$

Подставляя уравнения (6.1) и (7.1) в уравнение (5.1) получим:

$$i(t) = J_o e^{\frac{r}{L}t} + J_o' \cos(\omega t) + J_o'' \sin(\omega t) \quad (8.1)$$

Подставим полученное уравнение в уравнение (4.1') и получим:

$$\begin{aligned} & L \left[-\frac{r}{L} J_o e^{\frac{r}{L}t} - \omega J_o' \sin(\omega t) + \omega J_o'' \cos(\omega t) \right] + r \left[J_o e^{\frac{r}{L}t} + J_o' \cos(\omega t) + J_o'' \sin(\omega t) \right] = \\ & = E_o \sin(\omega t) - r J_o e^{\frac{r}{L}t} + r J_o e^{\frac{r}{L}t} + [-\omega L J_o' + r J_o''] \sin(\omega t) + [\omega L J_o'' + r J_o'] \cos(\omega t) = E_o \sin(\omega t) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} r J_o'' - \omega L J_o' = E_o \\ \omega L J_o'' + r J_o' = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r \left(-\frac{r}{\omega L}\right) J_o' - \omega L J_o' = E_o \\ J_o'' = -\frac{r}{\omega L} J_o' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} J_o' = -\frac{E_o}{\omega L + \frac{r^2}{\omega L}} = -\frac{E_o \omega L}{\omega^2 L^2 + r^2} \\ J_o'' = -\frac{r}{\omega L} \left[-\frac{E_o \omega L}{\omega^2 L^2 + r^2} \right] = \frac{r E_o}{\omega^2 L^2 + r^2} \end{cases}$$

Т.е.

$$i(t) = J_o e^{\frac{r}{L}t} - \frac{E_o \omega L \cos(\omega t) - r E_o \sin(\omega t)}{\omega^2 L^2 + r^2} \quad (9.1)$$

В начальный момент времени $t=0$ тока в электромагните нет, поэтому $i(0)=0$ (10.1)

$$i(0) = J_o e^{\frac{r}{L}0} - \frac{E_o \omega L \cos(\omega 0) - r E_o \sin(\omega 0)}{\omega^2 L^2 + r^2} = J_o - \frac{E_o \omega L}{\omega^2 L^2 + r^2} = 0 \Rightarrow J_o = \frac{E_o \omega L}{\omega^2 L^2 + r^2} \quad (11.1)$$

После преобразований получим формулу функции для описания зависимости изменения тока от времени.

$$i(t) = \frac{\left[E_o \omega L \left(e^{\frac{r}{L}t} - \cos(\omega t) \right) + r E_o \sin(\omega t) \right]}{\omega^2 L^2 + r^2} \quad (12.1)$$

Примем следующие замены:

$$\alpha = \omega^2 L^2 + r^2 \quad \beta = E_o \omega L \quad \lambda = r E_o \quad \gamma = \frac{r}{L} \quad (12.1')$$

$$\begin{cases} i(t) = J_o (e^{-\gamma t} - \cos(\omega t)) + J_o'' \sin(\omega t) \\ J_o = \frac{\beta}{\alpha}; J_o'' = \frac{\lambda}{\alpha} \end{cases} \quad (12.1'')$$

(12.1'') Это есть закон изменения тока в обмотках соленоида в зависимости от времени, с частотой ω , достаточной для обеспечения ускоренного движения всей системы в целом.

36. Нахождение величины индукции электромагнитного поля в зависимости от времени.

Найдем зависимость величины индукции магнитного поля \mathbf{B} от времени и расстояния между электромагнитом и магнитной вставкой: $\vec{B} = B(h, t)$

Пусть магнитная вставка, (далее МВ), при ее движении всегда расположена на оси электромагнита. И МВ удалена от электромагнита на расстояние $B \sim h$. Где h – расстояние от электромагнита до МВ. Тогда:

$$B = B_o + k_b h \quad (1.2)$$

B_s – магнитная индукция электромагнита, k_b – коэффициент пропорциональности, который находится расчетным путем.

$$B_s = \mu \mu_o \frac{N}{l} i \quad (2.2)$$

μ – магнитная проницаемость сердечника, μ_o – магнитная постоянная, N – количество витков в электромагните, l – длина электромагнита (соленоида), i – ток в электромагните (соленоиде)

Из формул (1.2) (2.2) следует, что:

$$B(h, t) = \frac{\mu \mu_o N}{2l} i(t) + k_b h \quad (3.2)$$

Коэффициент k_b и свободный член B_o ищем так:

Пусть h_o – расстояние между электромагнитом (соленоидом) в начальный момент времени. E_h – относительное изменение расстояния между электромагнитом и магнитной вставкой.

$$B_h = B(h_o, 0) = k_b h_o + B_o \quad (4.2')$$

$$B_k = B(h_o - E_h h_o, 0) = k_b (h_o - E_h h_o) + B_o \quad (4.2'')$$

B_h и k_b ищутся из аппроксимации в зависимости от B_s . Тогда:

$$\begin{cases} B_h = k_b h_o + B_o \\ B_k = k_b (h_o - E_h h_o) + B_o \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B_h(B_s, h) - ? \\ k_b(B_s, h) - ? \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B_o = B_h - k_b h_o \\ B_k = k_b (h_o - E_h h_o) + B_o \end{cases}$$

Т.е, закон изменения магнитной индукции электромагнитного поля соленоида (электромагнита):

$$B(\Delta h, t) = k_b(t)(h_o - \Delta h) + B_o(t) \quad (5.2)$$

Где: $k_b(t) \sim i(t)$ и $B_o(t) \sim i(t)$ (6.2)

4. РАССМОТРЕНИЕ МЕХАНИЗМА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТА И ГИРОСКОПА.

Одним из свойств свойств свободного гироскопа является его устойчивость к ударным воздействиям. Оно объясняется законами сохранения моментов импульса маховика и инерционными свойствами вращающегося тела. (Моментом инерции).

Рассмотрим сам механизм взаимодействия электромагнита (соленоида) и гироскопа.

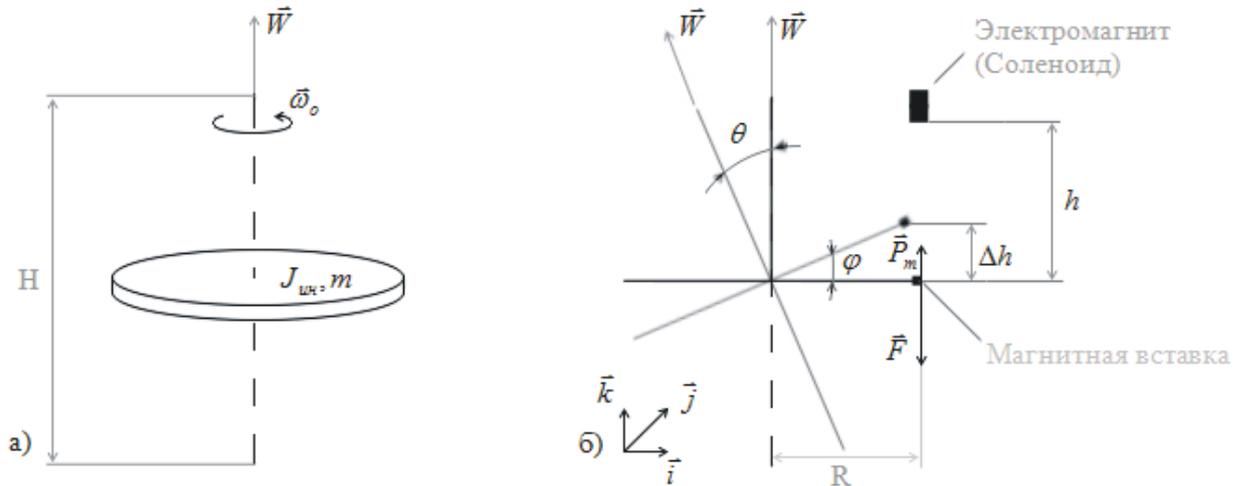


Рисунок 3.

Из рисунков 3.а и 3.б находим смещение конца рамки подвеса гироскопа Δh :

$$\Delta h = R \sin \varphi = (\text{т.к } \theta \approx 0) = 0 \quad (1.3)$$

Сила $\vec{F}(\Delta h, t)$ магнитного поля электромагнита (соленоида) действует на гироскоп моментом силы \vec{M}_s , у которого плечо равно R. Тогда: момент силы воздействия со стороны электромагнитного поля соленоида:

$$\vec{M}_s(\Delta h, t) = \vec{R} \times \vec{F}(\Delta h, t) \quad (2.3)$$

$$\vec{R} = \vec{i} R \quad (2.3'); \quad \vec{F} = \vec{k} F(\Delta h, t) \quad (2.3''); \quad \vec{M}_s(\Delta h, t) = \vec{i} R \times \vec{k} F(\Delta h, t) = -\vec{j} R F(\Delta h, t) \quad (2.a)$$

$$\text{Т.е } \vec{M}_s(\Delta h, t) = -\vec{j} R \vec{F}(\Delta h, t) \quad (3.3)$$

В начальном (равновесном) положении вращательное количество движения гироскопа (момент импульса)

$$\vec{W} = J_{ин} \vec{\omega}_o = J_{ин} \vec{k} \omega_o \quad (4.3)$$

$$\omega_o = const \quad (4.3') \text{ Частота вращения гироскопа остается неизменной}$$

Пусть $\vec{p}_m = p_m \vec{k}$ (5.3) – магнитный момент магнитной вставки. Так как колебания оси вращения гироскопа, а значит и вектора \vec{p}_m , не большие ($\varphi \approx 0$), то будем считать, что $\vec{p}_m = const$ (5.3'). В месте расположения магнитной вставки (координата Δh вектор индукции магнитного поля электромагнита (соленоида):

$$\vec{B}(\Delta h, t) = \vec{k} B(\Delta h, t) \quad (6.3)$$

Т.к поле электромагнита не однородно (формула 5.2), то на магнитную вставку это поле действует с силой:

$$\vec{F}(\Delta h, t) = grad(\vec{p}_m B(\Delta h, t)) \quad (7.3)$$

Т.к $\vec{p}_m = const$, то: сила воздействия на магнитную вставку со стороны электромагнита:

$$\vec{F}(\Delta h, t) = p_m \vec{k} \vec{k} \frac{\partial}{\partial \Delta h} B(\Delta h, t) = \vec{k} p_m \frac{\partial B(\Delta h, t)}{\partial \Delta h} \quad (7.3')$$

Из (5.2) следует, что коэффициент пропорциональности:

$$\frac{\partial B(\Delta h, t)}{\partial \Delta h} = \frac{\partial}{\partial \Delta h} [k_b(t)(h_o - \Delta h) + B_o(t)] = -k_b(t) \quad (8.3)$$

Из полученных формул (7.3') и (8.3) получаем окончательную формулу для расчета силы воздействия ЭМ поля соленоида на магнитную вставку:

$$\vec{F}(\Delta h, t) = -\vec{k} p_m k_b(t) = -p_m k_b(t) \quad (7.3'')$$

Из (2.a) и (7.3'') вытекает:

$$\vec{M}_s = -\vec{j} R(-1) p_m k_b(t) = R p_m k_b(t) \vec{j} \quad (2.a''')$$

Применяя второй закон Ньютона для вращательного момента количества движения за dt, получим изменение момента вращательного движения за dt (бесконечно малый промежуток времени).

$$d\vec{W} = \vec{M}_s dt \quad (9.3)$$

Т.к $\omega_o = const$ (4.3'), то из формулы (4.3) получим изменение вращательного количества движения (момента импульса) гироскопа:

$$d\vec{W} = J_{ин} \omega_o d\vec{k}(\varphi, \theta) \quad (10.3)$$

Где:

$$\vec{k}'(\varphi, \theta) = \vec{k} \cos \theta + (\vec{i} \cos \varphi + \vec{j} \sin \varphi) \sin \theta \quad (11.3)$$

Тогда:

$$d\vec{k}'(\varphi, \theta) = \frac{\partial \vec{k}'}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial \vec{k}'}{\partial \theta} d\theta = [-\vec{i} \sin \varphi + \vec{j} \cos \varphi] \sin \theta d\varphi + [-\vec{k} \sin \theta d\theta + (\vec{i} \cos \varphi + \vec{j} \sin \varphi) \cos \theta d\theta] =$$

$$= [\vec{j} \cos \varphi - \vec{i} \sin \varphi] \sin \theta d\varphi + [(\vec{i} \cos \varphi + \vec{j} \sin \varphi) \cos \theta - \vec{k} \sin \theta] d\theta \quad (10.3')$$

Учитывая (11.3) из (10.3) и (10.3') получим изменение вращательного количества движения (момента импульса) гироскопа:

$$d\vec{W} = J_{ин} \omega_o [(\vec{j} \cos \varphi - \vec{i} \sin \varphi) \sin \theta d\varphi + [(\vec{i} \cos \varphi + \vec{j} \sin \varphi) \cos \theta - \vec{k} \sin \theta] d\theta] \quad (10.3'')$$

Подставляя (2.а''') в (9.3) и (10.3'') в (9.3) получим:

$$\vec{i} : J_{ин} \omega_o [-\sin \varphi \sin \theta d\varphi + \cos \varphi \cos \theta d\theta] = 0 \quad (12.3а)$$

$$\vec{j} : J_{ин} \omega_o [\cos \varphi \sin \theta d\varphi + \sin \varphi \cos \theta d\theta] = 0 \quad (12.3б)$$

$$\vec{k} : J_{ин} \omega_o \sin \theta d\theta = R p_m k_b(t) dt \quad (12.3в)$$

Необходимо выбрать такой угол θ , равный $\theta_o \approx 0$ (но $\theta_o \neq 0$), чтобы он был достаточно малым и в тоже время достаточно большим, чтобы интегрировать.

Примечание: Помним, что: $k_b(t) \sim i(t)$

5. РАССМОТРЕНИЕ ВСЕЙ СИСТЕМЫ В ЦЕЛОМ.

Рассмотрим всю систему в целом:

Центральный ящик, массой M и четыре одинаковых гироскопа с маховиками массой m . В следствии воздействия магнитного поля со стороны электромагнитов на магнитные вставки в рамках-подвесах гироскопов на центральный ящик будут действовать силы реакции гироскопов. (рис. 4)

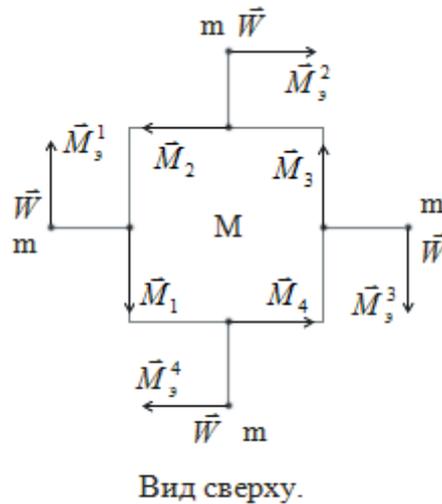


Рисунок 4.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \sum_{i=1}^4 F_i \quad (1.4)$$

Согласно III-го закона Ньютона:

$$\vec{F}_i = -\vec{F}(\Delta h, t) \quad (2.4)$$

Подставляя силу воздействия поля электромагнита на магнитную вставку, уравнения (7.3'') в (2.4) и далее (2.4) в (1.4) получим формулу для нахождения силы действующей на центральный ящик в результате взаимодействия электромагнита (соленоида) и рамки подвеса гироскопа:

$$\vec{F}(t) = 4\vec{k}p_m k_b(t) \quad (1.4')$$

Согласно II закона Ньютона ускорение центрального ящика равно:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}(t)}{m} \quad (3.4)$$

5.a. Нахождение и расчет сил, действующих на гироскоп.

На гироскоп действуют силы:

1. Тяжести $m\vec{g}$ (в центре масс)
2. Реакции рамки-подвеса \vec{N}_B (верхний край) и \vec{N}_H (нижний край)

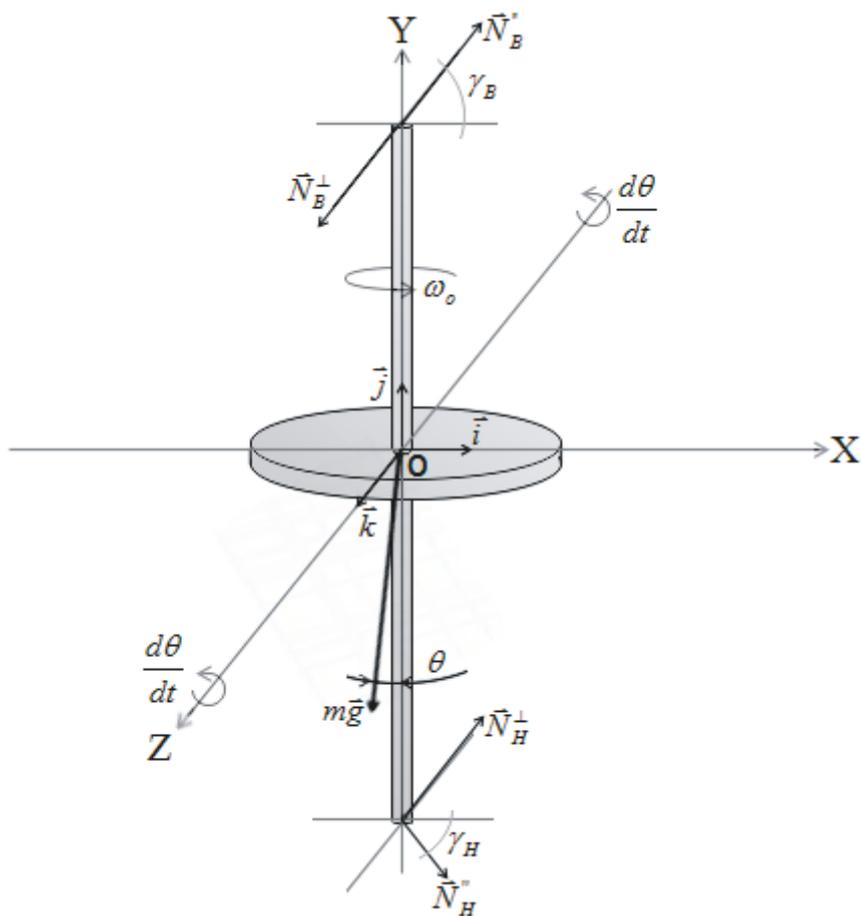


Рисунок 5

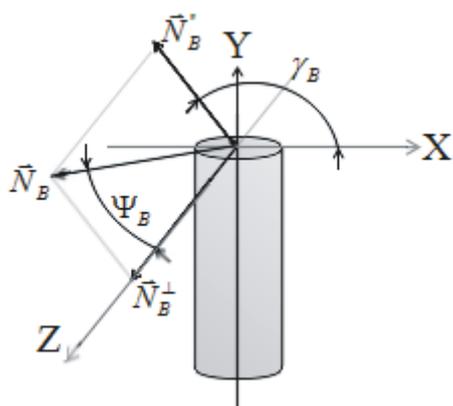


Рисунок 5.a

Где:

$$\vec{N}_B = \vec{N}_B^\perp + \vec{N}_B'' \quad (1.5a)$$

$$\vec{N}_H = \vec{N}_H^\perp + \vec{N}_H'' \quad (2.5a)$$

$$\vec{N}_B^\perp = \vec{k} \cos \Psi_B \quad (1.5b)$$

$$\vec{N}_H^\perp = \vec{k} N_B \cos \Psi_H \quad (2.5b)$$

$$\vec{N}_B'' = [\vec{i} \cos \gamma_B + \vec{j} \sin \gamma_B] N_B \sin \Psi_B \quad (1.5b)$$

$$\vec{N}_H'' = [\vec{i} \cos \gamma_H + \vec{j} \sin \gamma_H] N_H \sin \Psi_H \quad (2.5b)$$

$$m\vec{g} = -mg\vec{j} \quad (3.5)$$

Вращающийся гироскоп массой m с постоянной скоростью ω_o , вокруг геометрической оси симметрии, у которого момент инерции $J_{ин}$ может двигаться поступательно с ускорением \vec{a}_r вдоль оси \vec{OY} (т.е. $\vec{a}_r = a_r \vec{j}$, где $a \in R$, где R – область действительных чисел) и вращаться вокруг оси \vec{OZ} с угловой скоростью $\frac{d\theta(t)}{dt}$, где $\theta(t)$ - угол между осью гироскопа и вертикальной осью, он зависит от времени. (См. рисунок 5).

Пусть в начальный момент времени $t=0$ ось гироскопа совпадает с вертикальной осью, т.е. $\theta(t=0) = 0$. Тогда в этот момент времени ось гироскопа $\parallel \vec{OY}$.

Согласно II закону Ньютона:

$$\vec{N}_B + \vec{N}_H + m\vec{g} = m\vec{a}_r \quad (4.5)$$

Пусть y_r – координата положения центра масс гироскопа (игрек-координата), тогда:

$$a_r = \frac{d^2 y_r}{dt^2} \quad (5.5)$$

5.6 Рассмотрим поступательное движение вдоль оси \overrightarrow{OY}

На гироскоп действуют Моменты сил: $\vec{M}_{m\vec{g}}$, $\vec{M}_{\vec{N}_B}$, $\vec{M}_{\vec{N}_H}$. Моменты сил и моменты количества движения будем рассчитывать относительно начала координат. (точка O на рисунке 5).

1. Т.к вектор силы тяжести $m\vec{g}$ проходит через точку O, то ее момент $\vec{r}_{m\vec{g}} = 0$ из этого следует: $\vec{M}_{m\vec{g}} = \vec{r}_{m\vec{g}} \times m\vec{g} = 0$ (6.5)
2. Плечо силы $\vec{N}_B = \vec{r}_{\vec{N}_B}$ и $\vec{M}_{\vec{N}_B} = \vec{r}_{\vec{N}_B} \times \vec{N}_B$ (7.5)
3. Аналогично для нижнего плеча: $\vec{N}_H = \vec{r}_{\vec{N}_H}$ и $\vec{M}_{\vec{N}_H} = \vec{r}_{\vec{N}_H} \times \vec{N}_H$ (8.5)

Распишем немного подробнее:

$$\vec{r}_{\vec{N}_B} = -\vec{i} \frac{h}{2} \sin \theta + \vec{j} \frac{h}{2} \cos \theta \quad (7.5')$$

$$\vec{M}_{\vec{N}_B} = \vec{r}_{\vec{N}_B} \times \vec{N}_B \quad (7.5'')$$

Аналогично:

$$\vec{r}_{\vec{N}_H} = \vec{i} \frac{h}{2} \sin \theta - \vec{j} \frac{h}{2} \cos \theta \quad (8.5')$$

$$\vec{M}_{\vec{N}_H} = \vec{r}_{\vec{N}_H} \times \vec{N}_H \quad (8.5'')$$

Момент количества движения гироскопа:

$$\vec{L}_r = L_r \theta \cdot \vec{i} + L_r \theta \cdot \vec{j} \quad (9.5)$$

$$L_r = J_{ин} \omega_o \quad (10.5)$$

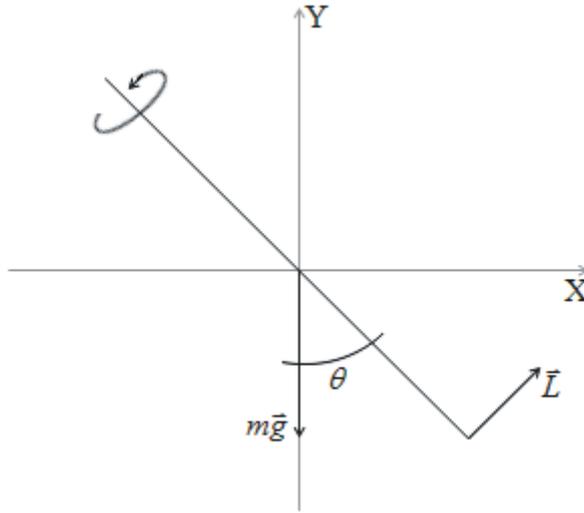


Рисунок 5б.

Согласно основному закону динамики вращательного движения:

$$\frac{d\vec{L}_r}{dt} = \vec{M}_{m\vec{g}} + \vec{M}_{\vec{N}_B} + \vec{M}_{\vec{N}_H} \quad (11.5)$$

Примечание: $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$; $\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$; $\vec{k} \times \vec{j} = \vec{i}$; (!!!)

Из формул (9.5), (10.5) и (11.5) получаем:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{L}_r}{dt} &= \frac{d}{dt} [J_{un} \omega_o [\vec{i} \cos \theta + \vec{j} \sin \theta]] = J_{un} \omega_o \left[\vec{i} \frac{d(\cos \theta)}{dt} + \vec{j} \frac{d(\sin \theta)}{dt} \right] = \\ &= J_{un} \omega_o \left[-\vec{i} (\sin \theta) \frac{d\theta}{dt} + \vec{j} (\cos \theta) \frac{d\theta}{dt} \right] = -J_{un} \omega_o [\vec{j} \sin \theta - \vec{i} \cos \theta] \frac{d\theta}{dt} \end{aligned} \quad (12.5)$$

Из формул (1.5а), (1.5б) и (1.5в) следует, что:

$$\vec{N}_B = \vec{k} N_B \cos \Psi_B + \vec{j} N_B \sin \Psi_B \sin \gamma_B + \vec{i} N_B \sin \Psi_B \cos \gamma_B \quad (13.5)$$

Из формул (2.5а), (2.5б) и (2.5в) следует, что:

$$\vec{N}_H = \vec{k} N_H \cos \Psi_H + \vec{j} N_H \sin \Psi_H \sin \gamma_H + \vec{i} N_H \sin \Psi_H \cos \gamma_H \quad (14.5)$$

Подставляя формулы (14.5), (13.5), (3.5) и (5.5) в (4.5) получим:

$$\begin{aligned} &\vec{k} [N_B \cos \Psi_B + N_H \cos \Psi_H + 0] + \vec{i} [N_B \sin \Psi_B \cos \gamma_B + N_H \sin \Psi_H \cos \gamma_H + 0] + \\ &+ \vec{j} [N_B \sin \Psi_B \sin \gamma_B + N_H \sin \Psi_B \sin \gamma_H - mg] = \vec{j} m \frac{d^2 y_r}{dt^2} \end{aligned} \quad (15.5)$$

Или представим все это в виде системы из трех уравнений:

$$\begin{cases} N_B \cos \Psi_B + N_H \cos \Psi_H = 0 & (15.5.a') \\ N_B \sin \Psi_B \cos \gamma_B + N_H \sin \Psi_H \cos \gamma_H = 0 & (15.5.б') \\ N_B \sin \Psi_B \sin \gamma_B + N_H \sin \Psi_H \sin \gamma_H - mg = m \frac{d^2 y_r}{dt^2} & (15.5.в') \end{cases}$$

Подставляя формулу (7.5) в (7.5'') получим:

$$\begin{aligned} \vec{M}_{\vec{N}_B} &= (-\vec{i} \frac{h}{2} \sin \theta + \vec{j} \frac{h}{2} \cos \theta) \times (\vec{k} N_B \cos \Psi_B + \vec{j} N_B \sin \Psi_B \sin \gamma_B + \vec{i} N_B \sin \Psi_B \cos \gamma_B) = \\ &= \vec{i} \frac{h}{2} N_B \cos \Psi_B \cos \theta + \vec{j} \frac{h}{2} N_B \cos \Psi_B \sin \theta - \vec{k} \frac{h}{2} N_B \sin \Psi_B (\sin \gamma_B \sin \theta + \cos \gamma_B \cos \theta) = (16.5) \\ &= \frac{h}{2} N_B [\cos \Psi_B (\vec{i} \cos \theta + \vec{j} \sin \theta) - \vec{k} \sin \Psi_B (\sin \gamma_B \sin \theta + \cos \gamma_B \cos \theta)] \end{aligned}$$

Аналогично: подставляя формулы (8.5) и (14.5) в (8.5'') получим:

$$\vec{M}_{\vec{N}_H} = \frac{h}{2} N_H [-\cos \Psi_H (\vec{i} \cos \theta + \vec{j} \sin \theta) + \vec{k} \sin \Psi_H (\sin \gamma_H \sin \theta + \cos \gamma_H \cos \theta)] \quad (17.5)$$

Подставляя (16.5), (17.5), (6.5) и (12.5) в формулу (11.5) получим:

$$\begin{aligned} &-J_{uu} \omega_o [\vec{i} \cos \theta + \vec{j} \sin \theta] \frac{d\theta}{dt} = \\ &= 0 + \frac{h}{2} N_B [\cos \Psi_B (\vec{i} \cos \theta + \vec{j} \sin \theta) - \vec{k} \sin \Psi_B (\sin \gamma_B \sin \theta + \cos \gamma_B \cos \theta)] + (18.5) \\ &+ \frac{h}{2} N_H [-\cos \Psi_H (\vec{i} \cos \theta + \vec{j} \sin \theta) + \vec{k} \sin \Psi_H (\sin \gamma_H \sin \theta + \cos \gamma_H \cos \theta)] \end{aligned}$$

Или получается система из трех уравнений:

$$\begin{cases} -J_{uu} \omega_o \cos \theta \frac{d\theta}{dt} = \frac{h}{2} N_B \cos \Psi_B \cos \theta - \frac{h}{2} N_H \cos \Psi_H \cos \theta \\ -J_{uu} \omega_o \sin \theta \frac{d\theta}{dt} = \frac{h}{2} N_B \cos \Psi_B \sin \theta - \frac{h}{2} N_H \cos \Psi_H \sin \theta \\ 0 = N_H \sin \Psi_H (\sin \gamma_H \sin \theta + \cos \gamma_H \cos \theta) - N_B \sin \Psi_B (\sin \gamma_B \sin \theta + \cos \gamma_B \cos \theta) \end{cases}$$

Сократив получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} -J_{\text{ин}} \omega_o \frac{d\theta}{dt} = \frac{h}{2} N_B \cos \Psi_B - \frac{h}{2} N_H \cos \Psi_H \quad (18.5a') \\ -J_{\text{ин}} \omega_o \frac{d\theta}{dt} = \frac{h}{2} N_B \cos \Psi_B - \frac{h}{2} N_H \cos \Psi_H \quad (18.5b') \\ 0 = N_H \sin \Psi_H (\sin \gamma_H \sin \theta + \cos \gamma_H \cos \theta) - N_B \sin \Psi_H (\sin \gamma_B \sin \theta + \cos \gamma_B \cos \theta) \quad (18.5c') \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\theta}{dt} = \frac{h}{2J_{\text{ин}} \omega_o} [N_H \cos \Psi_H - N_B \cos \Psi_B] \quad (19.5a) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sin \gamma_H \sin \theta + \cos \gamma_H \cos \theta}{\sin \gamma_B \sin \theta + \cos \gamma_B \cos \theta} = \frac{N_B \sin \Psi_B}{N_H \sin \Psi_H} \quad (19.5.6) \end{array} \right.$$

Где $\frac{d\theta}{dt}$ - это есть частота изменения угла θ формула **19.5a**

А силы N_B и N_H выражаются из **19.5b**

5.в Нахождение и расчет сил, действующих на рамку-подвес гироскопа.

На рамку действуют силы: $-\vec{N}_B$ и $-\vec{N}_H$ противоположные по направлению от верхнего и нижнего концов гироскопа и равные по модулю. (Это силы, с которыми действует гироскоп на рамку)

\vec{N}_3 и \vec{N}_H - Силы, приложенные к заднему и переднему подшипникам оси, прикрепленной к центральному ящику М.

Так как тут рассматривается идеальный случай, то примем массу рамки-подвеса гироскопа равной 0. Так как масса рамки подвеса равна 0, то хоть она и движется ускоренно поступательно и ускоренно вращательно, сумма сил и сумма моментов сил, действующих на нее равны 0. Момент инерции рамки тоже равен 0, в следствии равенства нулю ее массы.

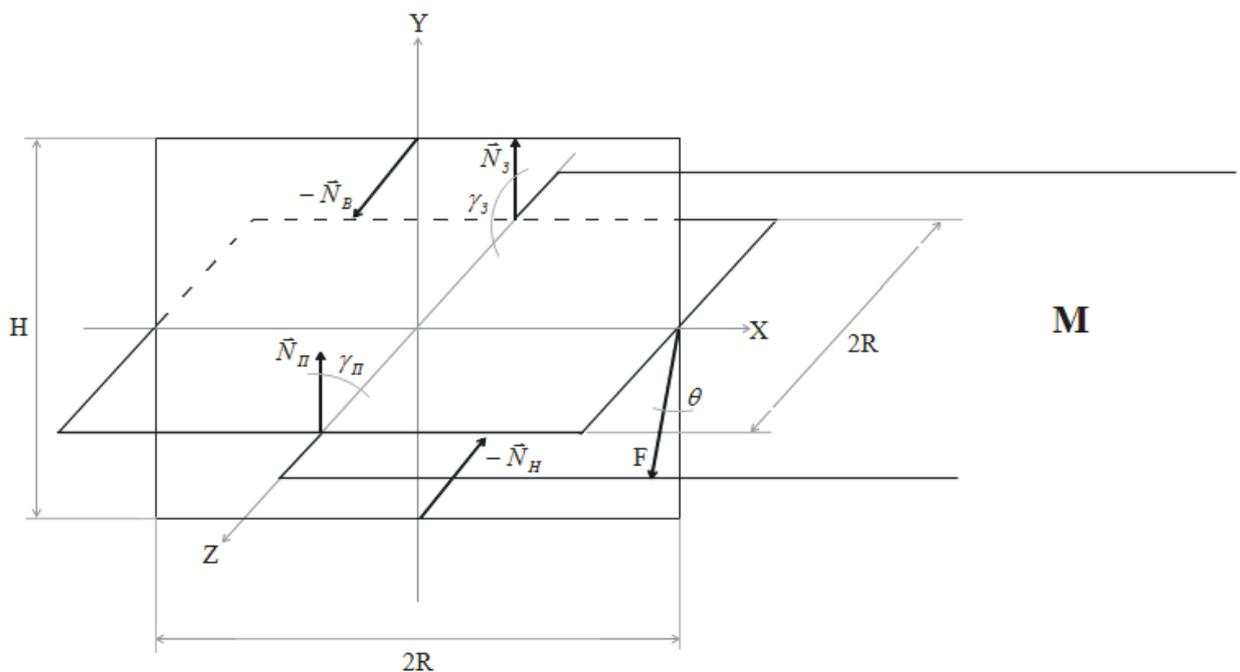


Рисунок 6.

Тогда согласно Второго закона Ньютона:

$$-\vec{N}_B - \vec{N}_H + \vec{N}_{II} + \vec{N}_3 + \vec{F} = 0 \quad (1.6)$$

Согласно основному закону динамики вращательного движения:

$$\vec{M}_{-\vec{N}_B} + \vec{M}_{-\vec{N}_H} + \vec{M}_{\vec{N}_{II}} + \vec{M}_{\vec{N}_3} + \vec{M}_{\vec{F}} = 0 \quad (2.6)$$

$$\vec{N}_{II} = N_{II}(\vec{i} \cos \gamma_{II} + \vec{j} \sin \gamma_{II}) \quad (3.6)$$

$$\vec{N}_3 = N_3(\vec{i} \cos \gamma_3 + \vec{j} \sin \gamma_3) \quad (4.6)$$

$$\vec{F} = -F(\vec{i} \sin \theta + \vec{j} \cos \theta) \quad (5.6)$$

$$\vec{r}_{\vec{F}} = R\vec{i} \quad (6.6)$$

$$\vec{M}_{\vec{F}} = \vec{r}_{\vec{F}} \times \vec{F} \quad (7.6)$$

Подставляя (3.6), (4.6), (5.6), (13.5), (14.5) в (1.6) получим:

$$\begin{aligned} & -\vec{k}N_B \cos \Psi_B - \vec{j}N_B \sin \Psi_B \sin \gamma_B - \vec{i}N_B \sin \Psi_B \cos \gamma_B - \vec{k}N_H \cos \Psi_H - \vec{j}N_H \sin \Psi_H \sin \gamma_H - \\ & -\vec{i}N_H \sin \Psi_H \cos \gamma_H + \vec{i}N_{II} \cos \gamma_{II} + \vec{j}N_{II} \sin \gamma_{II} + \vec{i}N_3 \cos \gamma_3 + \vec{j}N_3 \sin \gamma_3 - \vec{j}\vec{F} = 0 \end{aligned} \quad (8.6)$$

Или представим это в виде системы трех уравнений:

$$\begin{cases} N_{II} \cos \gamma_{II} + N_3 \cos \gamma_3 - N_H \sin \Psi_H \cos \gamma_H - N_B \sin \Psi_B \cos \gamma_B = 0 & (8.6a') \\ N_{II} \sin \gamma_{II} + N_3 \sin \gamma_3 - N_H \sin \Psi_H \sin \gamma_H - N_B \sin \Psi_B \sin \gamma_B = F & (8.6b') \\ N_H \cos \Psi_H + N_B \cos \Psi_B = 0 & (8.6c') \end{cases}$$

$$-N_H \sin \Psi_H \cos \gamma_H - N_B \sin \Psi_B \cos \gamma_B = 0$$

$$-N_H \sin \Psi_H \sin \gamma_H - N_B \sin \Psi_B \sin \gamma_B \sim -m(g + \frac{d^2 y_r}{dt^2})$$

(8.6c') ~ (15.5a')

Т.к рамка гироскопа вращается только вокруг оси \vec{OZ} , то рассматривать будем только моменты, действующие на рамку-подвес относительно этой оси:

$$\vec{r}_{\vec{N}_{II}} = 0 \text{ и } \vec{r}_{\vec{N}_3} = 0 \text{ из этого следует: } \vec{M}_{\vec{N}_{II}} = 0 \quad (9.6) \text{ и } \vec{M}_{\vec{N}_3} = 0 \quad (10.6)$$

$$\vec{r}_{-\vec{N}_B} = \vec{r}_{\vec{N}_B} \quad (11.6) \text{ и } \vec{r}_{-\vec{N}_H} = \vec{r}_{\vec{N}_H} \quad (12.6) \text{ приложены в одной точке.}$$

Значит:

$$\vec{M}_{-\vec{N}_B} = -\vec{M}_{\vec{N}_B} \quad (13.6) \text{ и } \vec{M}_{-\vec{N}_H} = -\vec{M}_{\vec{N}_H} \quad (14.6)$$

Подставляя (5.6) и (6.6) в (7.6) получим:

$$\vec{M}_{\vec{F}} = R\vec{i} \times (-F\vec{j}) = -\vec{k}RF \quad (15.6)$$

Подставляя (16.5), (17.5) в (9.6), (10.6), (13.6), (14.6), (15.6) получим:

$$\begin{aligned} & \frac{h}{2} N_B [\cos \Psi_B (\vec{i} \cos \theta + \vec{j} \sin \theta) + \vec{k} \sin \Psi_B (\sin \gamma_B \sin \theta + \cos \gamma_B \cos \theta)] + \\ & + \frac{h}{2} N_H [\cos \Psi_H (\vec{i} \cos \theta + \vec{j} \sin \theta) - \vec{k} \sin \Psi_H (\sin \gamma_H \sin \theta + \cos \gamma_H \cos \theta)] + 0 + 0 - \vec{k}RF = 0 \end{aligned} \quad (16.6)$$

Или получается система из трех уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{h}{2} N_B \cos \Psi_B \cos \theta + \frac{h}{2} N_H \cos \Psi_H \cos \theta = 0 \end{array} \right. \quad (16.6a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{h}{2} N_B \cos \Psi_B \sin \theta + \frac{h}{2} N_H \cos \Psi_H \sin \theta = 0 \end{array} \right. \quad (16.6b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{h}{2} N_B \sin \Psi_B (\sin \gamma_B \sin \theta + \cos \gamma_B \cos \theta) - \frac{h}{2} N_H \sin \Psi_H (\sin \gamma_H \sin \theta + \cos \gamma_H \cos \theta) = RF \end{array} \right. \quad (16.6c)$$

Преобразовав данную систему уравнений получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} N_B \cos \Psi_B + N_H \cos \Psi_H = 0 \sim (15.5a') \end{array} \right. \quad (17.6a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (N_B \sin \Psi_B - N_H \sin \Psi_H \sin \gamma_H) \sin \theta + (N_B \sin \Psi_B \cos \gamma_B - N_H \sin \Psi_H \cos \gamma_H) \cos \theta = \frac{2RF}{h} \end{array} \right. \quad (17.6b)$$

5.г Нахождение и расчет сил, приложенных к центральному ящику.

На центральную коробку действуют силы: $-\vec{N}_\Pi$ и $-\vec{N}_3$ от четырех гироскопов. Они все одинаковы по модулю и направлению. По II-му закону Ньютона:

$$-4\vec{N}_\Pi - 4\vec{N}_3 = M\vec{a}_M \quad (1.7)$$

$$\vec{a}_M = \frac{d^2 x_M}{dt^2}$$

Если все четыре гироскопа в рамках-подвесах, расположенные с четырех сторон центрального ящика будут колебаться синхронно, то это обеспечит симметричное относительно центра симметрии (вертикальной оси симметрии) воздействие сил реакции со стороны четырех гироскопов в рамках-подвесах на центральный ящик. Это в свою очередь обусловит отсутствие вращательного момента сил на центральный ящик относительно двух перпендикулярных взаимно осей, лежащих в горизонтальной плоскости (т.к эти силы реакции располагаются в вертикальных плоскостях). А так как они располагаются в вертикальных плоскостях, то это значит, что будет отсутствовать момент сил вокруг вертикальной оси симметрии этого центрального ящика. Таким образом эти силы реакции обеспечивают только ускорение этого центрального ящика вдоль вертикального направления.

По II закону Ньютона:

$$\begin{aligned} M \frac{d^2 y}{dt^2} &= -4(N_\Pi)_y - 4(N_3)_y = -4(N_\Pi(\vec{i} \cos \gamma_\Pi + \vec{j} \sin \gamma_\Pi)) - 4(N_3(\vec{i} \cos \gamma_3 + \vec{j} \sin \gamma_3)) = \\ &= 4[-N_\Pi \sin \gamma_\Pi - N_3 \sin \gamma_3] \end{aligned} \quad (2.7)$$

Из (8.66') следует:

$$N_\Pi \sin \gamma_\Pi + N_3 \sin \gamma_3 = F + m \left[g + \frac{d^2 y}{dt^2} \right] \text{ и подставляя данное уравнение в (2.7) получим:}$$

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} = -4 \left[F + m \left(g + \frac{d^2 y}{dt^2} \right) \right] \Rightarrow (M + 4m) \frac{d^2 y}{dt^2} = 4mg - 4F \quad (3.7)$$

Или в случае отсутствия гравитационных сил ($g=0$):

$$(M + 4m) \frac{d^2 y}{dt^2} = -4F$$

Ускорение всей системы в целом:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{4F(mg - F(t))}{M + 4m} \quad (4.7)$$

Сила взаимодействия магнитной вставки с электромагнитным полем соленоида (электромагнита) $\vec{F}(t) \sim i(t)$, а ток в цепи имеет вид:

$$i(t) = J_0 e^{-\alpha t} + A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$$

Таким образом имеем проекцию силы $\vec{F}(t)$ на ось \overrightarrow{OY} в виде:

$F(t) = F_0 e^{-\alpha t} + F_c \cos(\omega t) + F_s \sin(\omega t)$ и подставим ее в уравнение (4.7) получим (Пренебрегая членом $F_0 e^{-\alpha t}$ т.к активное сопротивление катушки $R \approx 0$):

$$F'(t) = \omega[-F_c \sin(\omega t) + F_s \cos(\omega t)]$$

$$F''(t) = -\omega^2 [F_c \cos(\omega t) + F_s \sin(\omega t)] = -\omega^2 F(t)$$

$$-\omega^2 F(t) = -\frac{4}{M + 4m} F(t) = \frac{4}{M + 4m}$$

$$\omega = \frac{4}{\sqrt{M + 4m}} \quad (5.7)$$

Т.е получили частоту, при соблюдении которой система будет иметь равноускоренное движение.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ:

Закон изменения тока в катушке электромагнита:

$$i(t) = \frac{\left[E_o \omega L \left(e^{-\frac{r}{L}t} - \cos(\omega t) \right) + r E_o \sin(\omega t) \right]}{\omega^2 L^2 + r^2} \quad (12.1)$$

Частота тока в проводнике соленоида:

$$\omega = \frac{4}{\sqrt{M + 4m}} \quad (5.7)$$

Зависимость индукции электромагнитного поля от времени:

$$B(\Delta h, t) = k_b(t)(h_o - \Delta h) + B_o(t) \quad (5.2)$$

Где: $k_b(t) \sim i(t)$ и $B_o(t) \sim i(t)$ (6.2)

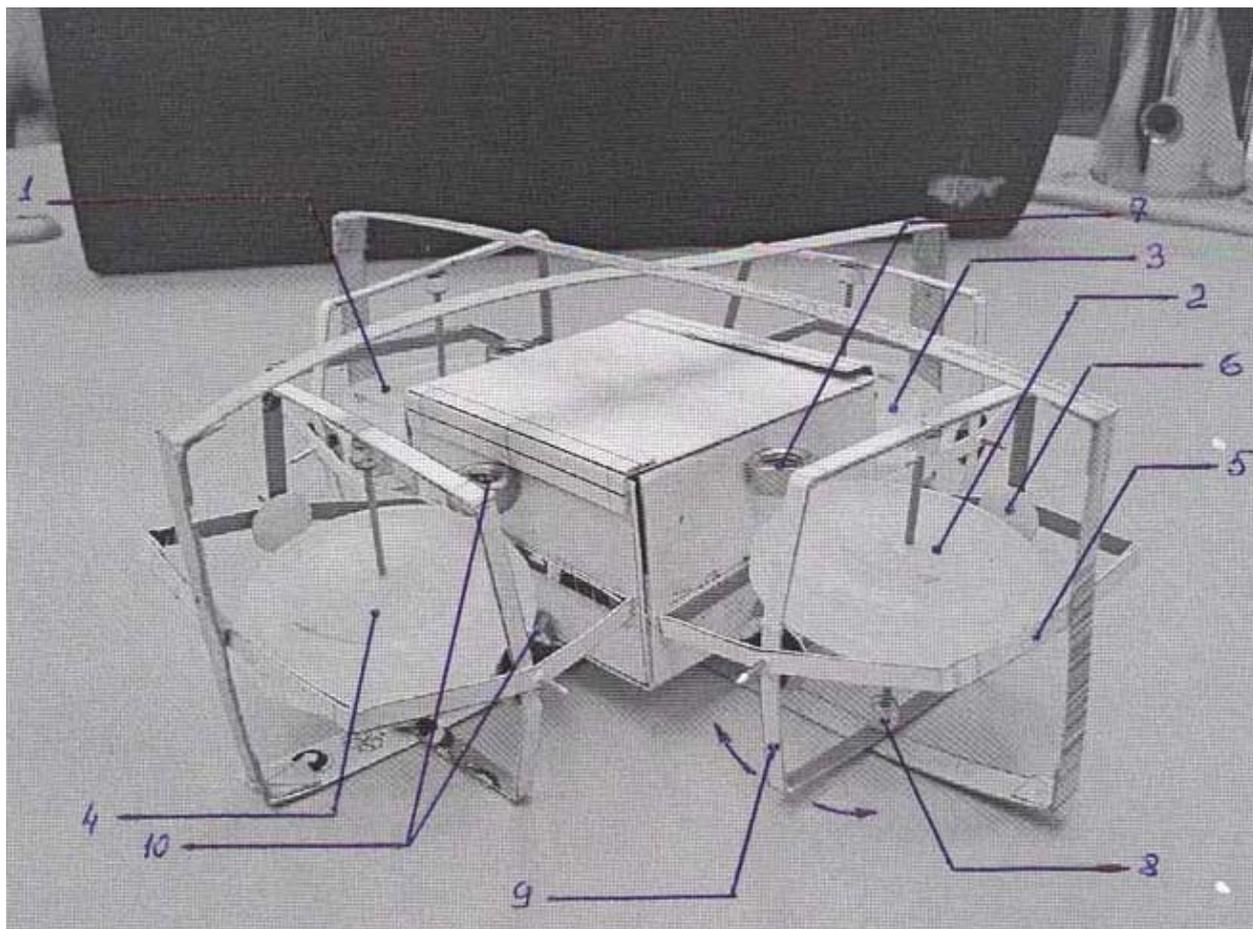
Сила действующая на всю систему в целом:

$$(M + 4m) \frac{d^2 y}{dt^2} = 4mg - 4F \quad (3.7)$$

Ускорение системы:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{4F(mg - F(t))}{M + 4m} \quad (4.7)$$

ВСТАВКА 1. (Описание конструкции)



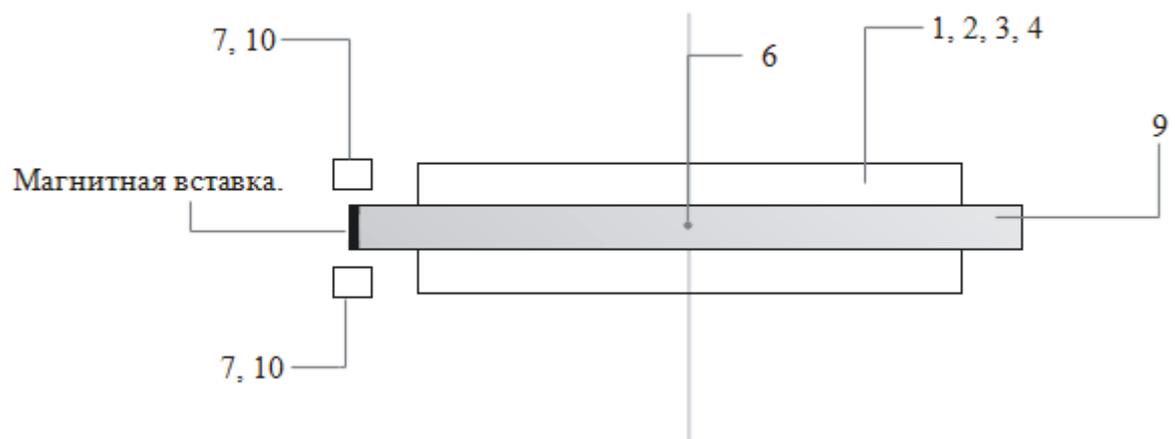
1, 2, 3, 4 – Маховики гироскопов.

6 – Подшипник крепления рамки-подвеса 5 гироскопа к центральному ящику.

7, 10, Электромагниты. (гайки на макете установки)

9 – Подвижная не магнитная рамка.

5 – не подвижный каркас, к которому крепятся рамки 9



Вид установки сверху:

